Tests paramétriques à un échantillon

Paramètre	μ (σ^2 connue)	μ (σ^2 inconnue)	σ^2	p
$H_0 : \theta = \theta_0$	$\mu = \mu_0$	$\mu = \mu_0$	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$p = p_0$
Statistique	$Z_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$T_0 = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$W_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$Z_0 = \dfrac{\bar{X} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ si n est grand.
Décision	On rejette H_0 si :			
$H_1 : \theta \neq \theta_0$	$\|Z_0\| > z_{\alpha/2}$	$\|T_0\| > t_{\alpha/2,n-1}$	$W_0^2 > \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ ou $W_0^2 < \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$	$\|Z_0\| > z_{\alpha/2}$
$H_1 : \theta > \theta_0$	$Z_0 > z_\alpha$	$T_0 > t_{\alpha,n-1}$	$W_0^2 > \chi^2_{\alpha,n-1}$	$Z_0 > z_\alpha$
$H_1 : \theta < \theta_0$	$Z_0 < -z_\alpha$	$T_0 < -t_{\alpha,n-1}$	$W_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,n-1}$	$Z_0 < -z_\alpha$
Erreur 2e type*	$\beta(\Delta)$ avec $\Delta = \mu - \mu_0$	$\beta(\Delta)$ avec $\Delta = \mu - \mu_0$	$\beta(\lambda)$ avec $\lambda = \sigma_0^2/\sigma^2$	$\beta(p)$
$H_1 : \theta \neq \theta_0$	$\Phi\left(z_{\alpha/2} - \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) - \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma}\right)$	$\Phi\left(z_{\alpha/2} - \frac{\Delta\sqrt{n}}{S}\right) - \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\Delta\sqrt{n}}{S}\right)$	$\Phi\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2n-2}}\chi^2_{\alpha/2,n-1} - \sqrt{\frac{n-1}{2}}\right) - \Phi\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2n-2}}\chi^2_{1-\alpha/2,n-1} - \sqrt{\frac{n-1}{2}}\right)$	$\Phi\left(\frac{\sqrt{n}(p_0-p)+z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)}}{\sqrt{p(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{n}(p_0-p)-z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)}}{\sqrt{p(1-p)}}\right)$
$H_1 : \theta > \theta_0$	On remplace le second terme de la formule du test bilatéral par 0, et on remplace $\alpha/2$ par α.			
$H_1 : \theta < \theta_0$	On remplace le premier terme de la formule du test bilatéral par 1, et on remplace $\alpha/2$ par α.			
Taille d'éch.*	Les formules ci-dessous sont valides pour le test bilatéral. Dans le cas unilatéral, on remplace $\alpha/2$ par α.			
$n =$	$\frac{(z_{\alpha/2}+z_\beta)^2\sigma^2}{\Delta^2}$	$\frac{(z_{\alpha/2}+z_\beta)^2 S^2}{\Delta^2}$	$\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_0 z_{\alpha/2}+\sigma z_\beta}{\sigma-\sigma_0}\right)^2$	$\left(\frac{z_{\alpha/2}\sqrt{p_0(1-p_0)}+z_\beta\sqrt{p(1-p)}}{p-p_0}\right)^2$

* Les symboles μ, σ^2 et p représentent la vraie valeur du paramètre inconnu pour laquelle on désire calculer β ou n. À l'exception du test sur la moyenne avec variance connue, les formules pour β et n ne sont valides que si n est grand.

Tests paramétriques à deux échantillons (m ou n_1 : taille du 1er échantillon | n ou n_2 : taille du 2e échantillon)

Test	H_0	Statistique	Formule additionnelle	H_1 **	On rejette H_0 si :
Deux moyennes (var. connues)	$\mu_X - \mu_Y = \Delta$	$Z_0 = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \Delta}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{m} + \frac{\sigma_Y^2}{n}}}$	Voir ci-dessous pour erreur de 2e type et taille d'éch.*	$\mu_X - \mu_Y \neq \Delta$ $\mu_X - \mu_Y > \Delta$	$\|Z_0\| > z_{\alpha/2}$ $Z_0 > z_\alpha$
Deux moyennes ($\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$)	$\mu_X - \mu_Y = \Delta$	$T_0 = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \Delta}{S_p\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$	$S_p = \sqrt{\dfrac{(m-1)S_X^2 + (n-1)S_Y^2}{m+n-2}}$	$\mu_X - \mu_Y \neq \Delta$ $\mu_X - \mu_Y > \Delta$	$\|T_0\| > t_{\alpha/2,m+n-2}$ $T_0 > t_{\alpha,m+n-2}$
Deux moyennes ($\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$)	$\mu_X - \mu_Y = \Delta$	$T_0^* = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \Delta}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$	$\nu = \dfrac{\left(\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}\right)^2}{\frac{1}{m-1}\left(\frac{S_X^2}{m}\right)^2 + \frac{1}{n-1}\left(\frac{S_Y^2}{n}\right)^2}$ arrondi à l'entier inférieur	$\mu_X - \mu_Y \neq \Delta$ $\mu_X - \mu_Y > \Delta$	$\|T_0^*\| > t_{\alpha/2,\nu}$ $T_0^* > t_{\alpha,\nu}$
Observations appariées	$\mu_D = \Delta$	$T_0 = \dfrac{\bar{D} - \Delta}{S_D/\sqrt{n}}$	$D_i = X_i - Y_i$ pour $i = 1, \ldots, n$	Voir test d'une moyenne avec variance inconnue	
Deux variances	$\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$	$F_0 = \dfrac{S_X^2}{S_Y^2}$	$F_{1-\alpha,n_1,n_2} = \dfrac{1}{F_\alpha, n_2, n_1}$	$\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$	$F_0 > F_{\alpha/2,m-1,n-1}$ ou $F_0 < F_{1-\alpha/2,m-1,n-1}$ $F_0 > F_{\alpha,m-1,n-1}$
Deux proportions	$p_1 = p_2$	$Z_0 = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$\hat{p} = \dfrac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2}$	$p_1 \neq p_2$ $p_1 > p_2$	$\|Z_0\| > z_{\alpha/2}$ $Z_0 > z_\alpha$

*On a $\beta(\delta) = \Phi\left(z_{\alpha/2} - \delta\right) - \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \delta\right)$ si $H_1 : \mu_X - \mu_Y \neq \Delta$ et $\beta(\delta) = \Phi\left(z_\alpha - \delta\right)$ si $H_1 : \mu_X - \mu_Y > \Delta$, avec $\delta = \frac{\mu_X - \mu_Y - \Delta}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{m} + \frac{\sigma_Y^2}{n}}}$.

On a $m = n = \frac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)}{(\mu_X - \mu_Y - \Delta)^2}$ si $H_1 : \mu_X - \mu_Y \neq \Delta$ (on remplace $\alpha/2$ par α si $H_1 : \mu_X - \mu_Y > \Delta$).

**Pour effectuer un test avec la contre-hypothèse $H_1 : \mu_X - \mu_Y < \Delta$, on peut intervertir les échantillons respectifs de X et de Y, et utiliser $H_1 : \mu_Y - \mu_X > \Delta'$ avec $\Delta' = -\Delta$. Pour effectuer un test avec les contre-hypothèse $H_1 : \sigma_X^2 < \sigma_Y^2$ ou $H_1 : p_1 < p_2$, on peut intervertir le 1er et le 2e échantillon.